

新型コロナ流行繰返しメカニズムの数理的考察

西元 善郎^{†1}, 井上 憲一^{†1}

キーワード：新型コロナ, COVID-19, 感染繰返し, 数理モデル, 非線形方程式, 位相平面

1. はじめに

新型コロナの流行が長引いている。日本では2020年4月の第1波に始まり、2022年2月の第6波まで波が繰り返されている。海外でも多くの国で繰り返しが見られる[1]。新型コロナがなぜ流行を繰り返すのか、感染症の専門家から納得のいく説明が載っていない。そのメカニズムが分かれば、より具体的なコロナ終息施策が打てるはずである。

本稿では、感染症の古典的 SIR モデル（感染率 β 、回復率 γ ）に対して「隔離」を考慮した SIQR モデル[2]を出発点とした。全感染者を、隔離され他者に移さない集団 Q と、市中に埋もれ感染源となる集団 I に分け、全感染者の内、隔離される割合を隔離率 q とした。そして、感染率 β 、隔離率 q 、陽性者数 n の3次元位相空間において、感染の非線形微分方程式における周期解を探索した。

2. β - q - n 位相空間での非線形方程式

隔離されず感染源となる感染者 I は、次式で表される。

$$dI/dt = (1-q)\beta I - \gamma I \quad \dots(1)$$

一方、日々の陽性者数 n は PCR 検査で陽性となり、隔離される感染者なので、次式で表される。

$$n = q\beta I \quad \text{即ち } I = n/q\beta \quad \dots(2)$$

式(2)を式(1)に代入すると、次の微分方程式が得られる。

$$(1/n)dn/dt = (1/q)dq/dt + (1/\beta)d\beta/dt - \beta q + \beta - \gamma \quad \dots(3)$$

ここで、 $\beta = \text{const.}$ 。つまり、ウイルスが同一で感染率が比較的安定している場合を考えると、式(3)は次式で表される。

$$(1/n)dn/dt = (1/q)dq/dt - \beta q + \beta - \gamma \quad \dots(4)$$

式(4)の十分条件として、 $(dq/dt, dn/dt)$ の速度ベクトル場を

$$dn/dt = n(an + bq + c) \quad \dots(5)$$

$$dq/dt = q\{an + (b+\beta)q + c - (\beta - \gamma)\} \quad \dots(6)$$

で表すことが出来る。

3. q - n 位相平面でのシミュレーション

式(5)(6)の速度ベクトル場は、非線形性から、 $dn/dt=0$, $dq/dt=0$ をヌルクラインとし、 $a>0, b<0$ の時にいわゆる活性-抑制系を構成することが知られている[3]。実際に $\beta=0.4$, $\gamma=0.3$, $a=1$, $b=-0.97$ でシミュレートすると、図1に示す時計回りのベクトル場が現われた。そして、感染開始が $q=0.2$, $n=0.35$ の場合、徐々に広がる感染の周回挙動が確認出来た。

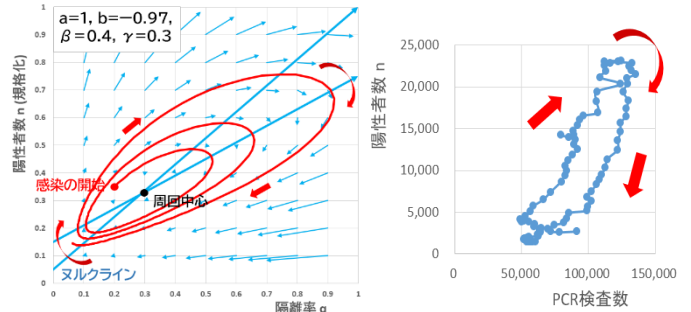


図1 q - n 位相平面での周回挙動

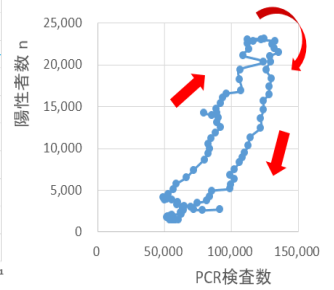


図2 日本の第5波の周回挙動

上記は感染方程式(4)の十分条件の解であり、現実の感染繰返しがこの解に基づいているかは必ずしも保証されず、実データで検証する必要がある。実データでは隔離率 q は未知のため、PCR 検査数で代用して、日本の第5波をプロットすると、図2のように、数理モデルによる図1と類似の周回性が確認出来た。次の波が開始されるかどうかは、原点近くでのヌルクラインを越えて再び開始エリアに戻るかどうかは分かれ目で、より強力な感染率 β の変異株が到来する、あるいは、流行が収まったと油断して PCR 検査を減らし、隔離率 q を下げる等に依存していると推察される。

4. おわりに

SIQR モデルに基づく q - n 位相平面での感染方程式から、活性-抑制系に対応した周回挙動解を見出した。実データでも対応する周回挙動が見られることから、本稿の数理モデルは、感染繰返しの原因掘下げにつながると期待される。

今後、 β - q - n 位相空間での挙動解析も深め、ウイルス側の変異戦略(β)と、人間社会側の検査-隔離努力(q)の統合的理解により、コロナ終息施策の一助となれば幸いである。

謝辞

SIQR モデルのご指導を賜りました小田垣九大名誉教授、データ解析の助言を戴きました阪大中野教授に感謝します。

参考文献

- [1]<https://ourworldindata.org/covid-cases>
- [2]T.Odagaki: Analysis of the outbreak of COVID-19 in Japan by SIQR model, Infectious Disease Modelling, Vol.5(2020)
- [3][Math235-Solutions-Spring2015 \(wordpress.com\)](https://math235.com/math235-solutions-spring2015/)

^{†1} 西神サイエンス研究会