

簡単な統計数理モデルによる新型コロナウイルス感染症流行の 予測と社会的制御

土谷 隆†¹

概要：新型コロナウイルス感染症の流行は日本社会にとって大きな問題となっている。本稿では、筆者が提案している簡単な流行のモデルと得られた知見、予測の手法と解明すべき諸問題、社会がとるべき方策について解説する。

キーワード：新型コロナウイルス感染症、数理モデル、データ解析、感染制御

1. はじめに

新型コロナウイルス感染症の流行が始まってから早くも一年が経過しようとしている [1-3]。筆者は、日本での流行の比較的初期から、簡単な数理モデルで本感染症の解析を行い [4]、ホームページやマスコミを通してささやかながら情報を発信してきた [5-8]。ここでは、モデルと解析の概要について説明し、解決すべき統計的問題、この感染症の被害を社会的に最低限に抑えるための望ましい社会的戦略や今後の課題について問題提起したい。解析に用いるモデルは感染症の基本モデルとされる SIR モデル [9] をさらに単純化したもので、未感染者・感染者・回復者の割合の時間的変化を記述する。このモデルでは、感染者は感染後一定期間は他人に感染させる力があり、その後回復者となる、と仮定する。そして、周囲に感染者がいない理想的な状況で一日に一人の感染者が他人に感染させる人数を β とし、感染拡大が進んだ一般の状況で一感染者が一日に他人に感染させる人数を $\beta \times$ (その時点での未感染者率) であるとして、自粛や緊急事態宣言等の影響を β の日毎の変化としてモデル化する。単純化を行ったため、モデルは微積分を使っておらず、一定の説明力を有する一方で、初等的な数学のみで理解可能であるという利点がある。

本研究は「単純化した SIR モデルというメガネ」を通じて新型コロナウイルス感染症を眺めたものである。扱う数理モデルは単純であり、本感染症の実態を詳細まで掴みきれものではないかもしれない。しかし、感染症の動態のメカニズムを組み込んだ数理モデルをデータに当てはめることは、理解の第一歩として当然になすべきことであり、そこで同定されたパラメータは、明確な意味を持つ。さらに、以下で示していくように、推定されたパラメータがデータを十分に説明するのであれば、これらのパラメータ値は流行予測や疫学的解析等に役立つ有用な情報を含むものである。

なお、本稿は 2020 年 9 月に行われた日本ソーシャルデータサイエンス学会データ解析シンポジウムにおける講演

内容に加え、その後得られた研究成果等を追加した発表原稿 [11] を改訂・加筆したものである。本稿の内容はあくまで筆者個人の意見として発信されるものであり、筆者の所属大学の公式見解とは無関係であることを申し添えておく。

2. モデル

考えている国や自治体の中での t 日における未感染者の比率を $S(t)$ 、感染者の比率を $I(t)$ 、回復者 (亡くなった人も含む) の比率を $R(t)$ とする。常に $S(t) + I(t) + R(t) = 1$ である。考えている集団の大きさを N 人とし、以下の仮定を置く。

(仮定)

1. 未感染者が十分に多く、周囲が未感染者ばかりである時に、時点 t において 1 感染者が 1 日に他人に感染させる人数を $\beta(t)$ と記し、感染力と呼ぶ。集団の大きさが N である時に、 t 日目の感染者数は $I(t)N$ であるが、この時、 t 日目に新たに発生する感染者の人数は $\beta(t)I(t)S(t)N$ で与えられるものとする。したがって、比率にして、新規感染者は、 $\beta(t)I(t)S(t)$ だけ増える。
2. 各感染者は、感染した日から D 日経つと治って回復者となり、感染力を失う。

この 2 つの仮定の下で、感染の推移は以下の 3 つの漸化式で書ける。

$$S(t+1) = S(t) - \beta(t)I(t)S(t)$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta(t)I(t)S(t) - \beta(t-D)I(t-D)S(t-D)$$

$$R(t+1) = R(t) + \beta(t-D)I(t-D)S(t-D)$$

これらの式より、 $S(t) + I(t) + R(t)$ が一定であることは容易に確認できる。

仮定 2 は「集団における未感染者の割合が高ければ、未だ感染者が少ないために感染速度は抑制され、未感染者の割合が小さければ、すでに感染者が病気を移す対象である未感染者が少なくなってしまうため、やはり感染速度は遅くなる」ことを表しており、標準的なものである。ま

†1 政策研究大学院大学 (連絡先: tsuchiya@grips.ac.jp)

た、一度治ったものはもう一度はかからない（再感染がない）ことを仮定するが、感染者が多くはない現状ではこれは近似的には成立していると考えられる。

さらに、次の仮定を置く：

（仮定（続））

3. 新型コロナウイルスに感染して最終的に抗体を有するようになる者の中で、自治体に感染者として把握される者の比率は一定である。この比率を $1/C$ と置く。

C は行政が把握する一人の感染者（後述する行政的感染者のことである）の背後に把握困難な軽症あるいは未発症の感染者が何人いるかを表す。このパラメータは検査体制にも依存し、PCR検査を増やせばより多くの感染者を行政が把握できるために C は下がるというような関係にある。しかしながら、検査数を増やしても、陽性者を補足するという意味での歩留まりは下がっていくこともあり、その影響は大きくないようである。

4. 感染者が自治体に把握される感染者となる場合、感染してから発症するまでに W_1 日、さらに、経過観察などの時間を含めて加えて W_2 日、感染してから合計 W 日かかるものとする。 $W_1 + W_2 = W$ が成立する。

仮定3は、コロナウイルス感染症の病態が、感染者の多くが未発症あるいはごく軽症のまま完治しその間に人に感染させる、というものであるらしい、ということを反映している [3].

以下、自治体に把握される感染者を「行政的感染者」と呼ぶことにする。時点 t での新規行政的感染者数を $P(t)$ と記す。ある時点 t での新規感染者は、未感染者の減少数 $N(S(t-1) - S(t))$ で与えられる。そして、これらの感染者のうち $1/C$ が行政に把握される。把握されるのは、感染してから W 日後であるとしている。したがって、

$$P(t+W) = \frac{N(S(t-1) - S(t))}{C}$$

が成立する。

時点 t での（新規）発症者数を $H(t)$ と書くことにしよう。行政的感染者の多くは自覚症状があつてPCR検査を受けて陽性者と判定されており、発症・発熱などの症状があるが、行政的感染者でも濃厚接触者の中には未発症の者もいる。ここでは、行政的感染者の中での発症者の比率を r_0 と置く。すると、時点 t での新たな感染者のうち、新規行政的感染者として把握される者の数は $N((S(t-1) - S(t))/C)$ で、その中で r_0 の割合のものが $t + W_1$ の時点での発症者となるので、

$$H(t+W_1) = r_0 \times \frac{N(S(t-1) - S(t))}{C}$$

が成立する。言い換えると、 t 日の発症者数は $t + W_2$ 日後の新規行政的感染者数 r_0 倍である。

行政的感染者という概念は検査システム等に依存するので曖昧ではあるが、東京の場合、概ね行政的感染者の6割が実際に発症している。また、行政は未発症感染者や軽症者を完全に把握することは困難であるとしても、特に中等症以上の発症者はほぼ把握していると考えられる。このように考えると、行政的感染者数と発症者数がある程度の精度で結びつけることはでき、「全感染者数と行政的感染者数の比」である C を“「全感染者数と発症者数の比」という検査体制に依存しない量”で大まかに近似したものである、と捉えることもできる。

「実効再生産数」 R_t は、一人の感染者が感染中に他の感染者に移す人数の期待値である。本モデルの場合には、“一度感染した者は D 日感染者でいてその間は他人に感染させる”という単純化した想定を取っているので、 $R_t = \beta(t)S(t)D$ である。

3. 推定結果と感染の特徴

感染の態様を決める上で重要なパラメータは、 C と D である。 D は、データや医学的知見から推定されるべきものであり、文献 [4] では推定結果として $D = 15$ を得ている。これは、感染してから15日間他人にうつす可能性があることと想定していることとなるが、海外からの入国者が2週間の待機期間を持つことと概ね整合性がある。 C が大きいということは、行政が把握していない未発症感染者が多く市中において、感染を拡大させる恐れがある、ということである。実際にそのようなことが起こっている可能性は高い。本モデルでは、初期の東大の検査 [12] に基づいて、 C は23としているが、 C は控えめに見積もっても10以上はあると考えられる（後述）。

現在、行政が把握している陽性者数は11万7千人程度（2021年3月下旬）であるから、仮に $C = 10$ から20とすると、東京都1,400万人中の累計感染者数は、8%から16%に達していると考えられる。統計的立場から、説得力のある証拠を持って C の値を推定することは重要な貢献となると考える。

また、感染者の大部分は他人に感染させる力は弱く、ごく一部の他人に感染させる力の強い感染者（スーパースプレッダー）が感染拡大の要因となることもよく言われることである。特に未発症感染者のスーパースプレッダーの存

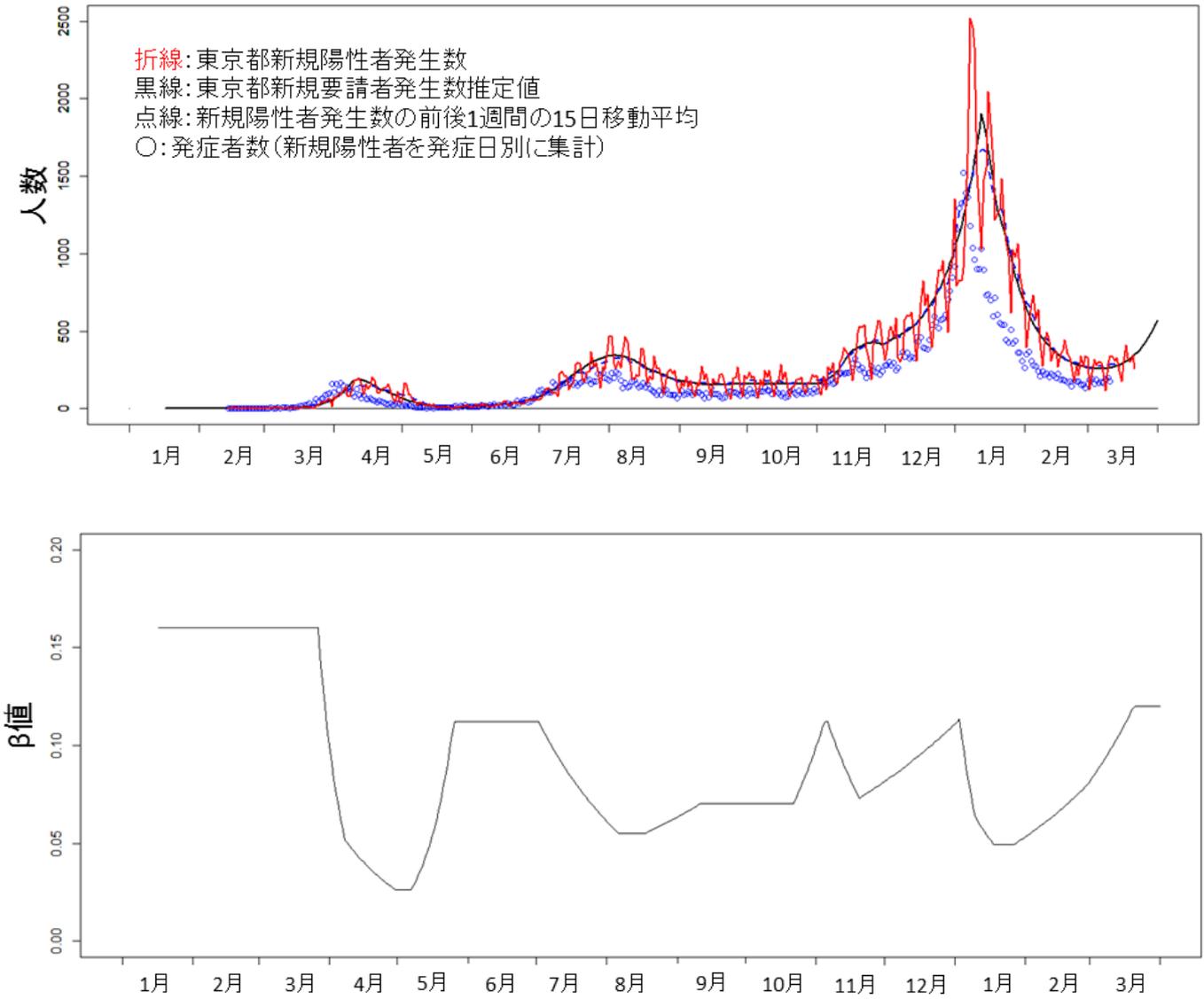


図1. (上) 東京都の新規陽性者数・同推定値・発症日別発生陽性者数・新規陽性者数の移動平均の推移
(下) β の変化

在は、主要な感染源となっているはずである。このようなクラスター感染の特徴を、感染者の時空間的分布から示すことも、興味深い問題である。

W_1, W_2, W については、第1波と第2波では $W_1 = 3, W_2 = 9, W = 12$ としてきたが、現在は、 $W_1 = 4, W_2 = 5, W = 9$ としている。

r_0 については、第1波では 0.67、それ以降は 0.6 とするとよく当てはまる。

4. 推定結果と流行の解析と予測

図1(上)に(i)東京都新規陽性者発生数, (ii) モデルによる新規陽性者発生数推定結果, (iii) 発症日別発症者数, (iv) 新規陽性者数の移動平均を、そして図1(下)に β 値の変化を

示す。新規陽性者発生数は曜日ごとの周期性があるのに対し、発症日別発症者数は、そのような波がなく、新規陽性者数に比べて5日早く、6割程度の人数となっている(4割が未発症者となる)。なお、新規陽性者は新規行政的感染者を意味する。

これまでの解析により、流行の様子は、概ね、以下のようパターンに分けられることが観察された。

- (1) 感染拡大期： $\beta(t)$ が大きめの値でほぼ一定(指数増加)。
- (2) 感染拡大抑制期： $\beta(t+1) = c_1\beta(t)$ と $\beta(t)$ の値が指数的に減少する。ただし、概ね $c_1 = 0.95$ 以上1未満である。 $\beta(t)$ が十分に小さくなるまで減少を続ける。

- (3) 感染縮小期: $\beta(t)$ は小さめの値でほぼ一定.
- (4) 感染再拡大期: $\beta(t+1) = c_2\beta(t)$ と $\beta(t)$ の値が指数的に増加する. ただし, 概ね c_2 は1から1.03程度である. 次いで1に戻る.
- (5) 定常期: $\beta(t)$ がほぼ一定の時期が続く. 概ね増えもせず, 減りもせずの状態となる.

大体, (1)から(4)のパターンを繰り返すが, 9月から10月の東京のように, (5)の定常状態となることもある. 筆者のホームページ [5] で公開している流行の解析や予測を行うにあたっては, 過去の動きを参考にしながら, これらのパターンを適切な形で当てはめている.

興味深いのは, 感染拡大抑制や感染再拡大において, $\beta(t)$ が指数関数的な振る舞いを示すことである. これは, 中野等によるK値 [13] とも密接な関係がある. この振る舞いを, 人々の行動と結びつけて解釈するのは興味深い問題である.

これについては, 以下のような説明が考えられる. 行動変容をする人のグループとまだそこに至っていない人のグループがあり, 行動変容をすることで, β が β_+ から β_- に変わるとしよう. 行動変容をしていない人が指数的に減少して行動変容をする側に移るならば, 抑制期に入ってs日後には, 感染力は,

$$c_1^s \beta_+ + (1 - c_1^s) \beta_-$$

となる. β_- が β_+ と比較して十分小さいとして0で近似しているのが, 現在のモデルと考えられる.

5. パラメータCについて

実際の感染者数と行政が把握している感染者数 (行政的感染者数) は大きく食い違っているということが本感染症についてはよく言われることである. そして, 本モデルで両者を結びつけるのが, パラメータCである. Cの推定は重要であるが難しい問題である. その難しさには, 統計的な技術的困難と, それを社会的に納得できる簡単な形で表すという2つの点がある. 無作為抽出の抗体検査を行って行政の把握した感染者数と比較することはCの推定のための有力な接近法であるが, 感染率が低いため, 抗体検査の擬陽性の方が真の陽性をかき消してしまう問題点がある. したがって抗体検査の設計にあたっては, サンプル数や抗体検査の感度や特異度などを実際の感染率の適切な見積もりを考慮の上, 注意深く検討する必要がある.

また, 最近はそれ以前に感染しても抗体が消えてしまうという重要な問題点も指摘されている. もし, これが本当であるとすると, 抗体検査に基づくCの推定は困難ということになる.

抗体検査よりは, PCR検査の方がより結果に信頼性がある, という考え方がある. それは, PCR検査で陽性が出た

場合には, 通常は, さらにきちんと感染しているかどうかを調べるためである. 最近は, 無作為に近いPCR検査も部分的に行われているので, PCR検査の方からCを推定することも可能であろう. 以下に大まかな推計を示す.

例えば, 世田谷区では, 介護事業所職員等に対して2020年10月2日から2021年2月21日まで143日間で12,380人に網羅的な検査を行っており, うち94人の陽性者が出ている [14]. 簡単のために検査を受けた方たちを世田谷区民と想定しよう. すると, このデータより, 検査を受けた人の平均感染率は約0.75%と見積もれる. ところが, 感染期間が15日とすると, 検査期間143日中どこかで感染していても「たまたま」感染期間の15日間に検査を受けないと陽性者とはならない. その確率は15/143であるからその分を補正して, $0.0075 \times 143/15 = 0.0723$ が実際の感染率となる.

すると, 2020年10月2日から2021年2月21日までの期間の世田谷区民中の感染者は $920,000 \times 0.0723 = 67,400$ 人となる. 一方, 世田谷区では, 行政が把握した感染者として同時期に6,254名の新規陽性者が出ている. 従って, ごく大雑把ではある $C = 67400/6254 = 10.62$ 程度と見積もれる. なお, 幸いにも現在の感染率であれば, Cの大きさが23か10前後かという違いは, 図1のような推計にはあまり影響はしないが, 感染率が10%を超えつつある現在, モデル全体に対する影響は今後の推定のためには慎重に見積もる必要がある. また, 再感染をしないという仮定についてもよく吟味する必要がある.

6. 第3波の到来に伴い行政と専門家に求められる厳しい反省: ハンマーアンドダンスかグレートリセットか

本感染症への社会的対応としてよく言われるのが, ハンマーアンドダンスである. これは, 感染が拡大してきたら社会・経済活動を縮小して感染抑止策をとって, 感染が収まってきたら, 社会・経済活動を再開する, ということである. 日本で, 本年1月までは2020年4月の緊急事態宣言は別として, 感染抑止の積極策はとらずに各自の自粛に任せる, という形での対応がなされ, その一方で, GoToキャンペーンなどの経済活動を優先する形での施策が行われてきた. これが, 日本流のハンマーアンドダンスである.

このハンマーアンドダンスの欠点は, 新規陽性者数のコントロールを行うという行政的誘導がないことである. 常に, 減少後早めに社会・経済活動を再開するため, ピークを迎えた後の定常レベルのコントロールが難しく, 波を超えるごと (流行がピークを迎えるごと) に, 定常的に発生する陽性者数が増大する傾向が見られる. そして, そのために新しい波が来るごとに大きくなり, 医療崩壊に至るのである. 実際, 東京では2020年夏の第2波では20人程度

だった新規陽性者のベースラインが冬の第3波直前では200人弱となり、年末にかけての大流行に繋がった。

実際、第3波では行政が早期介入を行わなかったために、医療崩壊が起こったのは承知の通りである。11月1日の第3波に入った段階での死者は1776人であった。3月22日の段階では8870人である。第3波への介入を素早く11月中旬の段階で行い、緊急事態宣言を早期に発出すれば、間違いなく死者の数は3月22日の時点で4000人以下に抑えることができた筈である。「**経済を旗印として適切な処置が早期にとられなかったために、5000人の命が失われた**」のである。ここでは新型コロナウイルス感染症による死亡者のみを比較しているが、間接的に影響を受けて必要な治療を受けられずに失われた命を含めるとさらに多くの方たちが犠牲となったことは疑いのないところである。では、緊急事態宣言を遅らせて発出したことにより、経済的に得られたものがあつたのであろうか？

飲食店について考えると、結局、緊急事態宣言は出ていなかったものの、12月の繁忙期には感染拡大のために営業が非常に厳しかったこと、そして11月の時点で緊急事態宣言を発出して早期に収束させていれば、年末年始の繁忙期を正常に迎えることができ、また、年明けにも営業を続けることができた可能性を考えると、**緊急事態宣言を遅らせたことによる経済的なメリットはなかった**と考える。

さて、感染期間 $D = 15$ 日であること、空港での検疫期間が2週間であることを考えると、3週間ステイホームを徹底して他人に感染させなければ、ウイルスは各自の中で自然と消えていくと考えられる。したがって、如何に激しく流行していても、3週間程度の厳しい行動規制を行うと、ウイルスをほぼゼロとすることができる筈である。そこで、流行が拡大してきたら3週間の厳しい行動規制、すなわち「グレートリセット」を行って感染者をほぼゼロにした上で、引き続いて再び流行するまで、3ヶ月程度「対面3密OK」の自由な社会・経済活動を行っていくことを繰り返して、活力を維持しつつ社会を運営していくことができるのではないか、と筆者は考えている。これは、論文 [4] で提案している、活動期と自粛期を繰り返す政策を徹底的に追求して深化させる形のものとなる。さらにこれを行いつつピークを減少させて「ゼロコロナ」を目指すこともできる。

数理的にも、この政策が（幅広い社会的効用関数の範囲で）ある種の最適性を持っていてもおかしくはないと考えられる。**グレートリセットの可能性と合理性を数理的に検討することは興味深い問題**である。

7. ワクチンについて

医学の進歩は素晴らしく、想像を超えるスピードでワクチンが実現されつつある。日本でもワクチンに対する期待は大きなものがある。ここで一つ気になるのは、この感染症への感受性の人種差が非常に大きいことである。たとえ

ば、2月末の時点で、感染者数では、人口あたりでいうと、アメリカは日本の25倍、イギリスは18倍、ドイツは9倍である。死者数は、それぞれ25倍、30倍、14倍である。欧米でのワクチンの効果が95%とすると、それは、ワクチンを打った95%の人がほとんどかからないことを意味するので、感染者数が $1/20$ となる。そうすると、欧米でワクチンを打つことによってはじめて患者数や死者数のレベルが日本なみになる、と見ることもできるのではないだろうか。

もし、日本人にとっても95%の効果があるのであれば、それは大変喜ぶべきことであるが、日本と欧米で元来のかかりにくさに大きな違いがあることを考えると、ワクチンを打つことでどれだけ日本人がさらに感染しにくくなるかは未知数で、きちんと検証されるべきことであると思う。欧米と同じレベルで効くのであれば、ほとんど以前の日常生活が戻ってくるが、あまり効かなければ、依然として感染対策が必要となる。ワクチンの効果について、いまからきちんと検証の手段をデザインしておくことが望ましい。

8. 多様なものの見方の重要性について

今回の対応を検討しているのは、感染症・医療の専門家、そして経済の専門家である。行政は、これらの専門家の意見を取り入れつつ対策を実施している。対応されている当事者が各自の最善を尽くしているであろうとは思いつつ、かかわっている専門家の幅が狭いことは、事態の捉え方の一面性、政治家をはじめとする意思決定者に入る情報やものの見方の偏りといった問題を生み出している。

一つには、**数理・統計・物理・情報・工学等のデータ解析を行って数理モデルを作りそれに基づいて予測や制御を行い、システムを運営している分野の関係者が欠けており**、そのためにしばしば見当違いの対策が打たれていること、そしてもう一つは、**人間が生きていく上で大事な側面である、人文・芸術・教育・スポーツ・福祉等の関係者が欠けていること**である。これらの立場の人たちの声は副次的にしか反映されない。また、新たな社会的ニーズに応えた感染対策の枠組みを作る上では**法律関係者の関与**も重要であろう。

このような歪みが放置されたままで感染対策が継続しつづけていることには忸怩たるものがある。多くの弱い立場の人たちが苦しい時間を過ごしている。その中でも敢えて挙げるとすれば、特に、今後の日本を担う子供達や若い人達が、一生の内の貴重な時期にコロナ禍の中で自由に存分に伸び伸びと各自の可能性を追求する時間を過ごせないことがある。そのことに対して鈍感で想像力を欠き、優先度が著しく低い今の感染対策には憤りを覚えるを得ない。

第3波に対する対応が不適切であったことは明らかで、そのために多くの人が犠牲となった。この事態に対して社会の木鐸たるマスコミが行政の責任を強く問うこともなく、また、当事者の誰も責任をとることなく漫然とこれまでと

同様の形と陣容での感染対策が進められていく現状を異様に感じているのは私だけであろうか。

謝辞 日頃よりご議論いただいている危機管理研究会の皆様様に心より感謝いたします。

参考文献

- [1] World Health Organization:
<https://www.who.int/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/> (2021年2月20日アクセス)
- [2] Chen N, et al.: “Epidemiological and Clinical Characteristics of 99 cases of 2019 Novel Coronavirus Pneumonia in Wuhan, China: A Descriptive Study,” *Lancet*, Vol. 395, Issue 10223, pp. 507-513 (2020),.
- [3] 厚生労働省, 診療の手引き検討委員会・作成班 (研究代表者: 加藤康幸): 「新型コロナウイルス感染症診療の手引き第3版」, 2020年9月4日発行.
- [4] 土谷隆: “新型コロナウイルス感染症の広がりに関する一考察”, *オペレーションズ・リサーチ*, Vol. 66, No. 2, pp. 90-103 (2021). (初稿: 政策研究大学院大学ディスカッション・ペーパー 20-04, 2020年5月30日).
- [5] 土谷隆ウェブサイト: <http://www3.grips.ac.jp/~tsuchiya/>
- [6] TBS テレビ: 情報ニュースキャスター7days. 2020年7月26日放送.
- [7] テレビ朝日: モーニングショー. 2021年1月29日放送.
- [8] “東京都医師会会長 ムードを変えるトップの言葉が必要だ”, *AERA*, 2021年3月15日号, pp. 22-23.
- [9] 稲葉寿: “微分方程式と感染症数理疫学”, *数理科学*, Vol. 46, No. 4, pp.19-25 (2008).
- [10] 土谷隆: “新型コロナウイルス感染症の広がりに関する統計数理モデルと感染拡大の政策による制御”, 日本ソーシャルデータサイエンス学会主催データ解析シンポジウム, 2021年9月20日.
- [11] 土谷隆: “簡単な数理モデルによる新型コロナウイルス感染症流行の予測と社会的制御”, 科研費研究集会「機械学習・統計学・最適化の数理と AI 技術への展開」, 2020年12月18日, 19日.
- [12] 東京大学先端科学技術研究センター: “東京都の抗体陽性率検査結果について”, プレスリリース, 2020年5月15日.
<http://www.rcast.u-tokyo.ac.jp/ja/news/release/20200515.html>
(2020年5月28日アクセス)
- [13] Nakano, T. and Ikeda, Y.: “Novel Indicator to Ascertain the Status and Trend of COVID-19 Spread: Modeling Study”, *Journal of Medical Internet Research*, Vol. 22, No. 11, e20144 (2020).
- [14] 世田谷区: “介護事業所等を対象としたPCR検査 (社会的検査) の実施について”.
<https://www.city.setagaya.lg.jp/mokuji/fukushi/003/005/006/011/d00188032.html> (2021年3月1日アクセス)